

Гезанов Владислав, 9б

Всего - 25 б.

№1.

Сложить числа быстрее 35 секунд мож-  
но следующими способами:

1)  $30 + 30 = 60$  (затрачено 2 секунды)

- 2)  $60 + 30 = 90$  (в сумме 4с.)
- 3)  $30 + 30 = 60$  (в сумме 6с.)
- 4)  $60 + 30 = 90$  (в сумме 8с.)
- 5)  $90 + 90 = 180$  (в сумме 10с.)
- 6)  $40 + 40 = 80$  (12с.)
- 7)  $40 + 40 = 80$  (14с.)
- 8)  $80 + 80 = 160$  (в сумме 16с.)
- 9)  $320 + 320 = 640$  (в сумме 18с.)
- 10)  $640 + 320 = 960$  (в сумме 22с.)
- 11)  $320 + 320 = 640$  (25с.)
- 12)  $640 + 160 = 800$  (28с.)
- 13)  $800 + 180 = 980$  (32с.)
- 14)  $960 + 980 = 1940$  (34с.)

7б.

Всумме затрачено 34 секунды.

№2.

$$x^2 + px + q = 0.$$

Есть корни уравнения  $x_1 = 2p$  и  $x_2 = p + q$ .

По теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Преобразуем:

$$\begin{cases} 2p + p + q = -p \\ 2p \cdot (p + q) = q \end{cases}$$

Из первого уравнения следует:

$$2p + p + q + p = 0$$

$$4p + q = 0$$

Следовательно,  $q = -4p$ .

Из второго уравнения следует:

$$2p \cdot (p - 4p) = 0 - 4p.$$

$$2p \cdot (-3p) + 4p = 0$$

$$-6p^2 + 4p = 0 \quad | :2$$

$$-3p^2 + 2p = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$3p^2 - 2p = 0.$$

$$p \cdot (p - 2/3) = 0$$

Следовательно,  $p_1 = 0$  или  $p_2 - 2/3 = 0$ .

$$3p_2 - 2 = 0.$$

$$3p_2 = 2 \quad | :3$$

$$p_2 = \frac{2}{3}.$$

55

Из  $q = -4p$  следует, что:

$$1) q_1^2 - 4p \cdot 0 = 0$$

$$2) q_2^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{3}.$$

Таким образом, у нас есть две пары чисел:  ~~$p_1 = 0$  и  $q_1 = 0$~~ ;  $p_2 = \frac{2}{3}$  и  $q_2 = -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$ .

При подстановке получаем, что обе пары чисел равны.

Ответ:  ~~$p_1 = 0$ ;  $q_1 = 0$~~  или  $p_2 = \frac{2}{3}$ ;  $q_2 = -2\frac{2}{3}$ .

нз.

$$0 < y < x < 1$$

Необходимо доказать, что  $\frac{x-y}{1-xy} < 1$ .

Из первого + первого неравенства следует, что  $x > y$ ;  $y < 1$ ;  $x < 1$

Следовательно,  $x - y > 0$ , следовательно, знаменатель дроби положителен.

Так как  $y < 1$  и  $x < 1$ , то  $x \cdot y < 1$ , следовательно, знаменатель дроби  $\frac{x-y}{1-xy}$  положителен.

Из этого следует, что дробь положительна, а значит, больше 0.

~~Если больше числа  $x$  и  $y$ , то меньше~~

Если  $\frac{x-y}{1-xy} < 1$ , то это значит, что  $x - y < 1 - xy$ .

Следовательно, ~~Но если числа  $x$  и  $y$  будут крайне близки к значению 1, то  $x - y$  будет крайне близко к 0, а  $1 - xy$  будет стремиться к~~

Языков Владимир, эб

Докажем обе части неравенства на  $x$

$$x(x-y) < x(1-xy)$$

$$\frac{x-y}{1-xy} < 1$$

$$x^2 - xy < x - x^2y$$

$$x^2 + x^2y - xy - x < 0$$

$$x^2(1+y) - x(y+1) < 0 \quad | : (1+y)$$

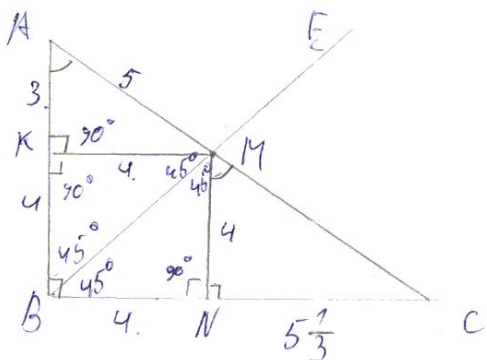
$$x^2 - x < 0$$

$$x^2 < x, \text{ т.к. } x \in (0; 1)$$

Об.

Поскольку квадрат числа, меньше 1, будет меньше данного числа, то данное полученное неравенство  $x^2 < x$  полностью соответствует первому данному неравенству, и значит, соответствует второму данному неравенству  $\frac{x-y}{1-xy} < 1$ .  
Следовательно, данное неравенство верно.

№4.



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle B = 90^\circ$

$BE$  - биссектриса  $\angle B$

$BE \cap AC = \text{т. } M$

$MN \perp BC$ ;  $MN = 4$

$AM = 5$ .

Найти:  $S_{\triangle ABC}$  - ?

Решение:

1. Рассмотрим  $\triangle BMN$ .

$\angle ABC = 90^\circ$ , а биссектриса  $BE$  делит его пополам, следовательно,  $\angle MBN = 45^\circ$

Из этого следует, что  $\angle BMN = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ .

Следовательно,  $\triangle BMN$  - равнобедренный,  $BN = NM = 4$ .

2. По теореме о точке, лежащей на биссектрисе угла и равноудаленной от его сторон, следует, что перпендикуляр  $MK$  к прямой  $AB$  также равен 4.

3. Рассмотрим  $\triangle BKM$

$\angle KBM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ , следовательно  $\angle BKM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ , следовательно

но,  $\Delta BKM$  - равнобедренный, и следовательно,  $BK = KM = 4$ .

4. Рассмотрим  $\Delta KAM$ .

По теореме Пифагора  $AM^2 = AK^2 + KM^2$ , следовательно,  $AK^2 = AM^2 - KM^2$ .

$$AK = \sqrt{AM^2 - KM^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3.$$

$$5. AB = AK + KB = 3 + 4 = 7.$$

6. Рассмотрим  $\Delta AKM$  и  $\Delta MNC$

$$\angle AKM = \angle MNC = 90^\circ.$$

$\angle KAM = \angle NMC$  как соответственные при  $AB \parallel MN$  и секущей  $AC$ .

Следовательно,  $\Delta AKM \sim \Delta MNC$ .

7. Из подобия треугольников следует, что  $\frac{AK}{MN} = \frac{AM}{MC} = \frac{KM}{NC} = k$ .

$$k = \frac{AK}{MN} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

$$\frac{KM}{NC} = \frac{AK}{MN} = \frac{3}{4}.$$

Следовательно,  $\frac{4}{NC} = \frac{3}{4}$ .

$$NC = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

$$8. AC = BC = BN + NC = 4 + 5\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}.$$

$$9. S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9\frac{1}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{28}{3} = \frac{7 \cdot 14}{3} = \frac{98}{3} = 32\frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } S_{\Delta ABC} = 32\frac{2}{3}$$

№5.

Первые два хода определяют, на какое число кусков разобьется плоскость: на 3 или на 4. Вспомогательная плоскость, проведенная от точки пересечения границ и плоскости, не будет прямой, то в первом случае плоскость разобьется на 4 куска.

В первом случае плоскость будет разбита на 4 куска.

Далее, если игрок 1 проводит прямую через точку пересечения двух предыдущих прямых, то плоскость разбивается на 6 кусков, и 2 игроку достаточно провести прямую, пересекающую все остальные, но не через точку пересечения трех предыдущих прямых, и он выигрывает. Если же игрок 1 проводит прямую не через точку пересечения, то игроку 2 достаточно провести прямую, пересекающую все остальные, но создающей новую точку пересечения. Таким образом, игрок 2 снова выигрывает. Если же игрок 1 проводит прямую, параллельную первой, то игроку 2 снова необходимо провести прямую, пересекающую три остальных, и он снова выигрывает. Таким образом, игрок 2 снова выигрывает, проводя прямую, пересекающую все другие